

JIDA'21

IX JORNADAS
SOBRE INNOVACIÓN DOCENTE
EN ARQUITECTURA

WORKSHOP ON EDUCATIONAL INNOVATION
IN ARCHITECTURE JIDA'21

JORNADES SOBRE INNOVACIÓ
DOCENT EN ARQUITECTURA JIDA'21

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA DE VALLADOLID
11 Y 12 DE NOVIEMBRE DE 2021

Organiza e impulsa GILDA (Grupo para la Innovación y Logística Docente en la Arquitectura), en el marco del proyecto RIMA (Investigación e Innovación en Metodologías de Aprendizaje), de la **Universitat Politècnica de Catalunya · BarcelonaTech (UPC)** y el Institut de Ciències de l'Educació (ICE). <http://revistes.upc.edu/ojs/index.php/JIDA>

Editores

Daniel García-Escudero, Berta Bardí i Milà

Revisión de textos

Alba Arboix, Jordi Franquesa, Joan Moreno

Edita

Iniciativa Digital Politècnica Oficina de Publicacions Acadèmiques Digitals de la UPC

ISBN 978-84-9880-969-5 (IDP-UPC)

eISSN 2462-571X

© de los textos y las imágenes: los autores

© de la presente edición: Iniciativa Digital Politècnica Oficina de Publicacions Acadèmiques Digitals de la UPC



Esta obra está sujeta a una licencia Creative Commons:
Reconocimiento - No comercial - SinObraDerivada (cc-by-nc-nd):

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/es>

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Cualquier parte de esta obra se puede reproducir sin autorización pero con el reconocimiento y atribución de los autores.

No se puede hacer uso comercial de la obra y no se puede alterar, transformar o hacer obras derivadas.

Comité Organizador JIDA'21

Dirección y edición

Berta Bardí i Milà (UPC)

Dra. Arquitecta, Departamento de Proyectos Arquitectónicos, ETSAB-UPC

Daniel García-Escudero (UPC)

Dr. Arquitecto, Departamento de Proyectos Arquitectónicos, ETSAB-UPC

Organización

Nieves Fernández Villalobos (UVA)

Dra. Arquitecta, Teoría de la Arquitectura y Proyectos Arquitectónicos, ETSAVA

Jordi Franquesa (UPC)

Dr. Arquitecto, Departamento de Urbanismo y Ordenación del Territorio, ETSAB-UPC

Joan Moreno Sanz (UPC)

Dr. Arquitecto, Departamento de Urbanismo y Ordenación del Territorio, ETSAB-UPC,
ETSAB-UPC

Gemma Ramón-Cueto (UVA)

Dra. Arquitecta, Construcciones Arquitectónicas, Ingeniería del Terreno y Mecánica de los Medios continuos y Teoría de Estructuras, Secretaria Académica ETSAVA

Jorge Ramos Jular (UVA)

Dr. Arquitecto, Teoría de la Arquitectura y Proyectos Arquitectónicos, ETSAVA

Judit Taberna (UPC)

Arquitecta, Departamento de Representación Arquitectónica, ETSAB-UPC

Coordinación

Alba Arboix

Dra. Arquitecta, Teoría e Historia de la Arquitectura y Técnicas de la Comunicación, ETSAB-UPC

Comunicación

Eduard Llorens i Pomés

ETSAB-UPC

Comité Científico JIDA'21

Luisa Alarcón González

Dra. Arquitecta, Proyectos Arquitectónicos, ETSA-US

Eusebio Alonso García

Dr. Arquitecto, Teoría de la Arquitectura y Proyectos Arquitectónicos, ETSAVA-UVA

Darío Álvarez Álvarez

Dr. Arquitecto, Teoría de la Arquitectura y Proyectos Arquitectónicos, ETSAVA-UVA

Antonio Álvaro Tordesillas

Dr. Arquitecto, Urbanismo y Representación de la Arquitectura, ETSAVA-UVA

Atxu Amann Alcocer

Dra. Arquitecta, Ideación Gráfica Arquitectónica, ETSAM-UPM

Javier Arias Madero

Dr. Arquitecto, Construcciones Arquitectónicas, ETSAVA-UVA

Irma Arribas Pérez

Dra. Arquitecta, Diseño, Instituto Europeo de Diseño, IED Barcelona

Raimundo Bambó

Dr. Arquitecto, Urbanismo y ordenación del territorio, EINA-UNIZAR

Iñaki Bergera

Dr. Arquitecto, Proyectos Arquitectónicos, EINA-UNIZAR

Jaume Blancafort

Dr. Arquitecto, Arquitectura y Tecnología de la Edificación, ETSAE-UPCT

Enrique Manuel Blanco Lorenzo

Dr. Arquitecto, Proyectos Arquitectónicos, Urbanismo y Composición, ETSAC-UdC

Raúl Castellanos Gómez

Dr. Arquitecto, Proyectos Arquitectónicos, ETSA-UPV

Nuria Castilla Cabanes

Dra. Arquitecta, Construcciones arquitectónicas, ETSA-UPV

David Caralt

Arquitecto, Universidad San Sebastián, Sede Concepción, Chile

Rodrigo Carbajal Ballell

Dr. Arquitecto, Proyectos Arquitectónicos, ETSA-US

Eva Crespo

Dra. Arquitecta, Tecnología de la Arquitectura, ETSAB-UPC

Silvia Colmenares

Dra. Arquitecta, Proyectos Arquitectónicos, ETSAM-UPM

Còssima Cornadó Bardón

Dra. Arquitecta, Tecnología de la Arquitectura, ETSAB-UPC

Eduardo Delgado Orusco

Dr. Arquitecto, Proyectos Arquitectónicos, EINA-UNIZAR

Carmen Díez Medina

Dra. Arquitecta, Composición, EINA-UNIZAR

Sagrario Fernández Raga

Dra. Arquitecta, Teoría de la Arquitectura y Proyectos Arquitectónicos, ETSAVA-UVA

Arturo Frediani Sarfati

Dr. Arquitecto, Proyectos, Urbanismo y Dibujo, EAR-URV

Jessica Fuentealba Quilodrán

Dra. Arquitecta, Departamento Diseño y Teoría de la Arquitectura, Universidad del Bio-Bío, Concepción, Chile

Noelia Galván Desvaux

Dra. Arquitecta, Urbanismo y Representación de la Arquitectura, ETSAVA-UVA

María Jesús García Granja

Arquitecta, Departamento de Arte y Arquitectura, eAM'-UMA

Pedro García Martínez

Dr. Arquitecto, Arquitectura y Tecnología de la Edificación, ETSAE-UPCT

Mariona Genís Vinyals

Dra. Arquitecta, BAU Centre Universitari de Disseny, UVic-UCC

Eva Gil Lopesino

Arquitecta, Proyectos Arquitectónicos, ETSAM-UPM

María González

Arquitecta, Proyectos Arquitectónicos, ETSA-US

Arianna Guardiola Villora

Dra. Arquitecta, Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras, ETSA-UPV

David Hernández Falagán

Dr. Arquitecto, Teoría e historia de la arquitectura y técnicas de comunicación, ETSAB-UPC

José M^a Jové Sandoval

Dr. Arquitecto, Teoría de la Arquitectura y Proyectos Arquitectónicos, ETSAVA-UVA

Íñigo Lizundia Uranga

Dr. Arquitecto, Construcciones Arquitectónicas, ETSA EHU-UPV

Carlos Labarta

Dr. Arquitecto, Proyectos Arquitectónicos, EINA-UNIZAR

Emma López Bahut

Dra. Arquitecta, Proyectos, Urbanismo y Composición, ETSAC-UdC

Juanjo López de la Cruz

Arquitecto, Proyectos Arquitectónicos, ETSA-US

Alfredo Llorente Álvarez

Dr. Arquitecto, Construcciones Arquitectónicas, Ingeniería del Terreno y Mecánicas de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras, ETSAVA-UVA

Magda Mària Serrano

Dra. Arquitecta, Proyectos Arquitectónicos, ETSAV-UPC

Cristina Marieta Gorriti

Dra. Arquitecta, Ingeniería Química y del Medio Ambiente, EIG UPV-EHU

Zaida Muxí Martínez

Dra. Arquitecta, Urbanismo y ordenación del territorio, ETSAB-UPC

David Navarro Moreno

Dr. Ingeniero de Edificación, Arquitectura y Tecnología de la Edificación, ETSAE-UPCT

Amadeo Ramos Carranza

Dr. Arquitecto, Proyectos Arquitectónicos, ETSA-US

Patricia Reus

Dra. Arquitecta, Arquitectura y Tecnología de la Edificación, ETSAE-UPCT

Silvana Rodrigues de Oliveira

Dra. Arquitecta, Proyectos Arquitectónicos, ETSA-US

Carlos Rodríguez Fernández

Dr. Arquitecto, Teoría de la Arquitectura y Proyectos Arquitectónicos, ETSAVA-UV

Jaume Roset Calzada

Dr. Físico, Física Aplicada, ETSAB-UPC

Borja Ruiz-Apilánez Corrochano

Dr. Arquitecto, UyOT, Ingeniería Civil y de la Edificación, EAT-UCLM

Patricia Sabín Díaz

Dra. Arquitecta, Proyectos Arquitectónicos, Urbanismo y Composición, ETSAC-UdC

Mara Sánchez Llorens

Dra. Arquitecta, Ideación Gráfica Arquitectónica, ETSAM-UPM

Luis Santos y Ganges

Dr. Urbanista, Urbanismo y Representación de la Arquitectura, ETSAVA-UVA

Carla Sentieri Omarremertería

Dra. Arquitecta, Proyectos Arquitectónicos, ETSA-UPV

Marta Serra Permanyer

Dra. Arquitecta, Teoría e Historia de la Arquitectura y Técnicas de la Comunicación, ETSAV-UPC

Sergio Vega Sánchez

Dr. Arquitecto, Construcción y Tecnologías Arquitectónicas, ETSAM-UPM

José Vela Castillo

Dr. Arquitecto, Culture and Theory in Architecture and Idea and Form, IE School of Architecture and Design, IE University, Segovia

Ferran Ventura Blanch

Dr. Arquitecto, Proyectos Arquitectónicos, eAM'-UMA

Isabel Zaragoza de Pedro

Dra. Arquitecta, Representación Arquitectónica, ETSAB-UPC

ÍNDICE

1. **Hábitat, paisaje e infraestructura en el entorno de la presa de El Grado (Huesca)** *Habitat, landscape and infrastructure in the surroundings of El Grado dam (Huesca)*. Estepa Rubio, Antonio; Elía García, Santiago.
2. **Aprendiendo a dibujar confinados: un método, dos entornos.** *Learning to draw in confinement: one method, two environments*. Salgado de la Rosa, María Asunción; Raposo Grau, Javier Fco, Butragueño Díaz-Guerra, Belén.
3. **Aprendizaje basado en proyecto en la arquitectura a través de herramientas online.** *Project-based learning in architecture through online tools*. Oregi, Xabat; Rodriguez, Iñigo; Martín-Garín, Alexander.
4. **Técnicas de animación para la comprensión y narración de procesos de montaje constructivos.** *Animation techniques for understanding and storytelling of construction assembly processes*. Maciá-Torregrosa, María Eugenia.
5. **Desarrollo del Programa de Aprendizaje y Servicio en diversas asignaturas del grado de arquitectura.** *Development of the Learning and Service Program in various subjects of the degree of architecture*. Coll-Pla, Sergio; Costa-Jover, Agustí.
6. **Integración de estándares sostenibles en proyectos arquitectónicos.** *Integration of sustainable standards in architectural projects*. Oregi, Xabat.
7. **La Olla Común: una etnografía arquitectónica.** *The Common Pot: an architectural ethnography*. Abásolo-Llaría, José.
8. **Taller vertical, diseño de hábitat resiliente indígena: experiencia docente conectada.** *Vertical workshop, indigenous resilient habitat design: connected teaching experience*. Lobato-Valdespino, Juan Carlos; Flores-Romero, Jorge Humberto.
9. **Lecciones espaciales de las instalaciones artísticas.** *Learning from the space in art installations*. Zaparaín-Hernández, Fernando; Blanco-Martín, Javier.
10. **Alternativas para enseñar arquitectura: del proyecto introspectivo al campo expandido.** *Alternatives for Teaching Architecture: From the Introspective Project to the Expanded Field*. Juarranz Serrano, Angela; Rivera Linares, Javier.
11. **Una Herramienta de apoyo a la Docencia de las Matemáticas en los Estudios de Arquitectura.** *A Tool to support the Teaching of Mathematics for the Degree in Architecture*. Reyes-Iglesias, María Encarnación.
12. **Luvina, Juan Rulfo: materia de proyecto.** *Luvina, Juan Rulfo: matter of project*. Muñoz-Rodríguez, Rubén; Pastorelli-Paredes, Giuliano.

13. **No se trata de ver videos: métodos de aprendizaje de la geometría descriptiva.** *It's not about watching videos: descriptive geometry learning methods.* Álvarez Atarés, Fco. Javier.
14. **Integration of Art-Based Research in Design Curricula.** *Integración de investigación basada en el arte en programas de diseño.* Paez, Roger; Valtchanova, Manuela.
15. **¿Autómatas o autónomas? Juegos emocionales para el empoderamiento alineado y no alienado.** *Automata or autonomous? Emotional games for aligned and non-alienated empowerment.* Ruiz Plaza, Angela.
16. **Otras agendas para el estudiante.** *Another student agendas.* Minguito-García, Ana Patricia.
17. **Los Archivos de Arquitectura: una herramienta para la docencia con perspectiva de género.** *The Archives of Architecture: a tool for teaching with a gender perspective.* Ocerin-Ibáñez, Olatz; Rodríguez-Oyarbide, Itziar.
18. **Habitar 3.0: una estrategia para (re)pensar la arquitectura.** *Inhabiting 3.0: a strategy to (re)think architecture.* González-Ortiz, Juan Carlos.
19. **Actividades de aprendizaje para sesiones prácticas sobre la construcción en arquitectura.** *Learning activities for practical sessions about construction in architecture.* Pons-Valladares, Oriol.
20. **Getaria 2020: inspirar, pintar, iluminar.** *Getaria 2020: inspire, paint, enlight.* Mujika-Urteaga, Marte; Casado-Rezola, Amaia; Izkeaga-Zinkunegi, Jose Ramon.
21. **Aprendiendo a vivir con los otros a través del diseño: otras conversaciones y metodologías.** *Learning to live with others through design: other conversations and methodologies.* Barrientos-Díaz, Macarena; Nieto-Fernández, Enrique.
22. **Geogebra para la enseñanza de la Geometría Descriptiva: aplicación para la docencia online.** *Geogebra for the teaching of Descriptive Geometry: application for online education.* Quintilla Castán, Marta; Fernández-Morales, Angélica.
23. **La crítica bypass: un taller experimental virtual.** *The bypass critic: a virtual experimental workshop.* Barros-Di Giammarino, Fabián.
24. **Urbanismo táctico como herramienta docente para transitar hacia una ciudad cuidadora.** *Tactical urbanism as a teaching tool for moving towards a caring city.* Telleria-Andueza, Koldo; Otamendi-Irizar, Irati.
25. **Proyectos orales.** *Oral projects.* Cantero-Vinuesa, Antonio.
26. **Intercambios docentes online: una experiencia transdisciplinaria sobre creación espacial.** *Online teaching exchanges: a transdisciplinary experience on spatial creation.* Llamazares Blanco, Pablo.

27. **Nuevos retos docentes en geometría a través de la cestería. *New teaching challenges in geometry through basketry.*** Casado-Rezola, Amaia; Sanchez-Parandiet, Antonio; Leon-Cascante, Iñigo.
28. **Mecanismos de evaluación a distancia para asignaturas gráficas en Arquitectura. *Remote evaluation mechanisms for graphic subjects in architecture.*** Mestre-Martí, María; Muñoz-Mora, Maria José; Jiménez-Vicario, Pedro M.
29. **El proceso didáctico en arquitectura es un problema perverso: la respuesta, un algoritmo. *The architectural teaching process is a wicked problema: the answer, an algorithm.*** Santalla-Blanco, Luis Manuel.
30. **La experiencia de habitar de los estudiantes de nuevo ingreso: un recurso docente. *The experience of inhabiting in new students: a teaching resource.*** Vicente-Gilabert, Cristina; López Sánchez, Marina.
31. **Habitar la Post-Pandemia: una experiencia docente. *Inhabiting the Post-Pandemic: a teaching experience.*** Rivera-Linares, Javier; Ábalos-Ramos, Ana; Domingo-Calabuig, Débora; Lizondo-Sevilla, Laura.
32. **El arquitecto ciego: método Daumal para estudiar el paisaje sonoro en la arquitectura. *The blind architect: Daumal method to study the soundscape in architecture.*** Daumal-Domènech, Francesc.
33. **Reflexión guiada como preparación previa a la docencia de instalaciones en Arquitectura. *Guided reflection in preparation for the teaching of facilities in Architecture.*** Aguilar-Carrasco, María Teresa; López-Lovillo, Remedios María.
34. **PhD: Grasping Knowledge Through Design Speculation. *PhD: acceder al conocimiento a través de la especulación proyectual.*** Bajet, Pau.
35. **andamiARTE: la Arquitectura Efímera como herramienta pedagógica. *ScaffoldART: ephemeral Architecture as a pedagogical tool.*** Martínez-Domingo, Yolanda; Blanco-Martín, Javier.
36. **Como integrar la creación de una biblioteca de materiales en la docencia. *How to integrate the creation of a materials library into teaching.*** Azcona-Urbe, Leire.
37. **Acciones. *Actions.*** Gamarra-Sampén, Agustín; Perleche-Amaya, José Luis.
38. **Implementación de la Metodología BIM en el Grado en Fundamentos de Arquitectura. *Implementation of BIM Methodology in Bachelor's Degree in Architecture.*** Leon-Cascante, Iñigo; Uranga-Santamaria, Eneko Jokin; Rodríguez-Oyarbide, Itziar; Alberdi-Sarraoa, Aniceto.
39. **Cartografía de Controversias como recurso para analizar el espacio habitado. *Mapping Controversies as a resource for analysing the inhabited space.*** España-Naveira, Paloma; Morales-Soler, Eva; Blanco-López, Ángel.

40. **Percepciones sobre la creatividad en el Grado de Arquitectura. *Perceptions on creativity at the Architecture Degree.*** Bertol-Gros, Ana; López, David.
41. **El paisajismo en la redefinición del espacio público en el barrio de San Blas, Madrid. *The landscape architecture in the redefinition of public space in the neighbourhood of San Blas, Madrid.*** Del Pozo, Cristina; Jeschke, Anna Laura.
42. **De las formas a los flujos: aproximación a un proyecto urbano [eco]sistémico. *Drawing thought a screen: teaching architecture in a digital world.*** Crosas-Armengol, Carles; Perea-Solano, Jorge; Martí-Elias, Joan.
43. **Dibujar a través de una pantalla: la enseñanza de la arquitectura en un mundo digital. *Drawing thought a screen: teaching architecture in a digital world.*** Alonso-Rodríguez, Marta; Álvarez-Arce, Raquel.
44. **Land Arch: el arte de la tierra como Arquitectura, la Arquitectura como arte de la tierra. *Land Arch: Land Art as Architecture, Architecture as Land Art.*** Álvarez-Agea, Alberto; Pérez-de la Cruz, Elisa.
45. **Hyper-connected hybrid educational models for distributed learning through prototyping. *Modelo educacional híbrido hiperconectado para el aprendizaje mediante creación de prototipos.*** Chamorro, Eduardo; Chadha, Kunaljit.
46. **Ideograma. *Ideogram.*** Rodríguez-Andrés, Jairo; de los Ojos-Moral, Jesús; Fernández-Catalina, Manuel.
47. **Taller de las Ideas. *Ideas Workshop.*** De los Ojos-Moral, Jesús; Rodríguez-Andrés, Jairo; Fernández-Catalina, Manuel.
48. **Los proyectos colaborativos como estrategia docente. *Collaborative projects as a teaching strategy.*** Vodanovic-Undurruga, Drago; Fonseca-Alvarado, Maritza-Carolina; Noguera-Errazuriz, Cristóbal; Bustamante-Bustamante, Teresita-Paz.
49. **Paisajes Encontrados: docencia remota y pedagogías experimentales confinadas. *Found Landscapes: remote teaching and experimental confined pedagogies.*** Prado Díaz, Alberto.
50. **Urbanismo participativo: una herramienta docente para tiempos de incertidumbre. *Participatory urban planning: a teaching tool for uncertain times.*** Carrasco i Bonet, Marta; Fava, Nadia.
51. **El portafolio como estrategia para facilitar el aprendizaje significativo en Urbanismo. *Portfolio as a strategy for promoting meaningful learning in Urbanism.*** Márquez-Ballesteros, María José; Nebot-Gómez de Salazar, Nuria; Chamizo-Nieto, Francisco José.
52. **Participación activa del estudiante: gamificación y creatividad como estrategias docentes. *Active student participation: gamification and creativity as teaching strategies.*** Loren-Méndez, Mar; Pinzón-Ayala, Daniel; Alonso-Jiménez, Roberto F.

53. **Cuaderno de empatía: una buena práctica para conocer al usuario desde el inicio del proyecto. *Empathy workbook - a practice to better understand the user from the beginning of the project.*** Cabrero-Olmos, Raquel.
54. **Craft-based methods for robotic fabrication: a shift in Architectural Education. *Métodos artesanales en la fabricación robótica: una evolución en la experiencia docente.*** Mayor-Luque, Ricardo; Dubor, Alexandre; Marengo, Mathilde.
55. **Punto de encuentro interdisciplinar: el Museo Universitario de la Universidad de Navarra. *Interdisciplinary meeting point. The University Museum of the University of Navarra.*** Tabera Roldán, Andrés; Velasco Pérez, Álvaro; Alonso Pedrero, Fernando.
56. **Arquitectura e ingeniería: una visión paralela de la obra arquitectónica. *Architecture and engineering: a parallel vision of architectural work.*** García-Asenjo Llana, David.
57. **Imaginarios Estudiantiles de Barrio Universitario. *Student's University Neighborhood Imaginaries.*** Araneda-Gutiérrez, Claudio; Burdiles-Allende, Roberto; Morales-Rebolledo Dehany.
58. **El aprendizaje del hábitat colectivo a través del seguimiento del camino del refugiado. *Learning the collective habitat following the refugee path.*** Castellano-Pulido, F. Javier.
59. **El laboratorio de investigación como forma de enseñanza: un caso de aprendizaje recíproco. *The research lab as a form of teaching: a case of reciprocal learning.*** Fracalossi, Igor.

Una herramienta de apoyo a la docencia de las Matemáticas en los Estudios de Arquitectura

A Tool to support the Teaching of Mathematics for the Degree in Architecture

Reyes-Iglesias, María Encarnación

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Valladolid, España. ereyes@maf.uva.es

Abstract

The fundamental motivation for the proposed action is to improve the understanding of Mathematics by students studying Architecture. In this degree, the singular fact of the little homogeneity of the students occurs, which comes from very different high school modalities and training periods; from scientific profiles to artistic ones. This diversity forces us to pose the teaching objectives in a different way to achieve meaningful group learning, especially in subjects that, such as Mathematics, have a high theoretical content and a certain abstract character.

Keywords: *geogebra, mathematics, symmetry, learning, visualization.*

Thematic areas: *applied mathematics, guided learning, pedagogical innovation.*

Resumen

La motivación fundamental de la acción que se plantea es mejorar la comprensión de las Matemáticas por los alumnos que cursan estudios de Arquitectura. En esta titulación acontece el hecho singular de la poca homogeneidad del alumnado, que procede de modalidades de bachillerato y ciclos formativos muy diferentes; desde los perfiles científicos hasta los artísticos. Esta diversidad obliga a plantear los objetivos docentes de una forma diferente para conseguir un aprendizaje grupal significativo, sobre todo en materias que, como las Matemáticas, poseen un alto contenido teórico y un marcado carácter abstracto.

Palabras clave: *geogebra, matemáticas, simetría, aprendizaje, visualización.*

Bloques temáticos: *matemática aplicada, aprendizaje guiado, innovación pedagógica.*

Introducción

La matemática ofrece un lenguaje universal que permite modelizar y analizar problemas creados en otros campos: científico, tecnológico, económico, artístico, social, etc. A su vez, a lo largo del tiempo, se ha constatado que muchos descubrimientos matemáticos se han motivado y producido como respuesta a problemas planteados por otras ciencias. El historiador matemático E. T. Bell resumió esta doble vertiente de la matemática en su famosa frase: “*La Matemática, reina y sierva de las ciencias.*”

En particular y en relación a la Arquitectura, el gran desarrollo de las investigaciones en Matemáticas hace posible su aplicación en problemas cada vez más complejos relacionados con la Arquitectura. Recíprocamente, el avance de la tecnología y de los materiales crea la necesidad de nuevas teorías o modelos matemáticos o potenciar los ya existentes para su aplicabilidad en el mundo arquitectónico.

La triada vitrubiana FIRMITAS, UTILITAS, VENUSTA (firmeza, utilidad, belleza) ha permanecido desde que el arquitecto romano Vitrubio, la enunciara en el siglo I a.C. como signo de una obra bien realizada. Otros aspectos que hoy día se tienen en cuenta son: las nuevas tecnologías, la naturaleza como referente, integración en el entorno, respeto al medio ambiente y sostenibilidad. Es decir: diálogo entre arquitectura, paisaje y sociedad.

Las nuevas tecnologías han sido la principal fuente de impulso de la arquitectura de los últimos años. El nuevo panorama tecnológico ofrece materiales y posibilidades técnicas que apenas unas décadas anteriores eran difícilmente asequibles. Ello ha implicado nuevas tipologías estructurales: tensoestructuras, estructuras laminares, sistemas triangulados, (estructuras geodésicas), en las que el ángulo recto no es dominante, las direcciones son oblicuas y las directrices curvas. Las cubiertas llamadas “cascarones” son superficies que requieren curvatura no nula, las secciones en muchos casos no son rectangulares, etc. También es de uso común utilizar porciones de superficies.

El objetivo es utilizar distintos apoyos docentes para lograr esa mejora de la enseñanza y el aprendizaje. Para ello proponemos utilizar el programa GeoGebra como recurso para aumentar la comprensión de la asignatura por parte del estudiante. GeoGebra es un programa de geometría dinámica que permite realizar construcciones geométricas en 2D y 3D, y modificarlas de forma interactiva: al variar alguno de los elementos iniciales de la construcción, los que dependen de ellos se modifican correspondientemente, de acuerdo con las propiedades utilizadas en su construcción. Esto permite no sólo tantear distintas posibilidades constructivas, sino comprender la lógica interna de los procesos tratados. Además, incorpora un módulo de cálculo simbólico, que permite manejar recursos analíticos, como matrices o funciones, que encajan en los contenidos de las asignaturas de Matemáticas en los estudios de Arquitectura.

Nuestra apuesta por GeoGebra también se debe a que es un software de libre distribución y sencillo de manejar, lo que facilita que el alumnado disponga del programa en sus ordenadores personales y sea capaz de iniciarse en su uso de forma autodidacta. Estos motivos hacen que el programa sea bien conocido y utilizado para la enseñanza de las Matemáticas y la Geometría, tanto en educación secundaria, como en estudios universitarios. Nuestra propuesta pretende particularizar las posibilidades de GeoGebra para la docencia específica de las Matemáticas, sobre todo en la parte, menos desarrollada y documentada, del cálculo simbólico y la programación de “scripts”.

1. Acciones concretas

Dentro de estas acciones en cursos recientes hemos elaborado distintos recursos de apoyo para la docencia. Por un lado, materiales para las clases teóricas que ayudan en la comprensión de conceptos difíciles de la asignatura, mediante gráficas, animaciones y modelos físicos y geométricos. Se han llevado a cabo las dos modalidades en el curso pasado. Por motivos del COVID se ha optado por la ejecución de las prácticas on line para los alumnos confinados. En este último caso se puede facilitar posteriormente la solución o explicación de los pasos más críticos de la práctica solicitada al alumno. Los materiales diseñados se pueden utilizar tanto en docencia presencial, presencial híbrida y docencia online, tanto síncrona como asíncrona, lo que ha sido de gran ayuda durante el curso pasado afectado por las circunstancias de la COVID-19, porque, aunque la docencia ha sido presencial, un buen número de alumnos no ha podido asistir a las clases por las circunstancias sanitarias.

En cursos previos, los autores de esta comunicación han tenido experiencias conjuntas con el profesorado de Matemáticas per l' Arquitectura dentro del Departament de Tecnologia de l'Arquitectura de la Universidad Politécnica de Catalunya en varios proyectos de innovación docente. Lo cual ha sido muy enriquecedor para ambas partes. También han resultado interesantes diversos textos como (Acosta, 2019), (Carrillo, 2021) o (Reynolds, 2021).

A continuación, enumeramos algunos ejemplos utilizados a lo largo de la asignatura, que ilustran los contenidos y metodología empleados:

- Teoría de las Proporciones. Trazados del corte de oro en un segmento, rectángulos notables (áureo, plata, DIN, recíprocos internos y externos), divisiones armónicas de rectángulos, espiral áurea, etc. El hecho de que GeoGebra permita modificar elementos geométricos interactivamente resulta muy útil.

Relativo al embellecimiento de un edificio la matemática ofrece la teoría de la proporción como un elemento fundamental de la armonía arquitectónica. *“Los sentidos se deleitan con las cosas que tienen las proporciones correctas”*, decía Santo Tomás de Aquino.

La Teoría de la Proporción forma hoy un cuerpo doctrinal importante, de carácter interdisciplinar, con gran relevancia en los estudios de Arte y Arquitectura. Desde el punto de vista de las Matemáticas la proporción se define como la igualdad de dos razones: a/b y c/d , donde a , b , c y d son números positivos.

La proporción se llama racional, conmensurable o estática si a/b es un número racional y se dice irracional, inconmensurable o dinámica si a/b es un número irracional. Entre las proporciones racionales notables cabe destacar: la cuadrada si a/b es 1, la dupla si a/b es 2, la sesquiáltera si a/b es $3/2$, la sesquitercia si a/b es $4/3$, la pentatercia si a/b es $5/3$, ... De las proporciones irracionales señalamos: raíz de 2, raíz de 3, la cordobesa, la áurea, la de plata, la de bronce, ... El número cordobés se define como la razón entre el radio R de la circunferencia circunscrita al octógono regular y su lado L : R/L , que aproximadamente es 1.306562964. Estas últimas proporciones (áurea, plata, bronce, etc) son números de la llamada “familia de los números metálicos” que posee importantes propiedades algebraicas y geométricas.

Dom Hans van der Laan (1904-1991), arquitecto y miembro de la orden benedictina, introdujo el número plástico como la razón ideal de una escala geométrica para objetos espaciales. El número plástico es la solución real y positiva de la ecuación cúbica $x^3-x-1=0$. Su valor P es aproximadamente 1.32471795. La sucesión de Padovan (1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 12, 16, 21, ...) verifica la relación de recurrencia $a_{n+1}=a_{n-1}+a_{n-2}$, con los tres primeros términos iguales

- a 1. La sucesión formada por los cocientes de los términos consecutivos de la sucesión de Padovan ($1/1, 2/1, 2/2, 3/2, 4/3, 5/4, 7/5, \dots$) tiende hacia el número plástico P.
- La visualización de las cónicas como secciones de un cono completo se entiende mejor si la imagen se puede girar y ver desde distintos puntos de vista de forma interactiva, véase Fig. 1.

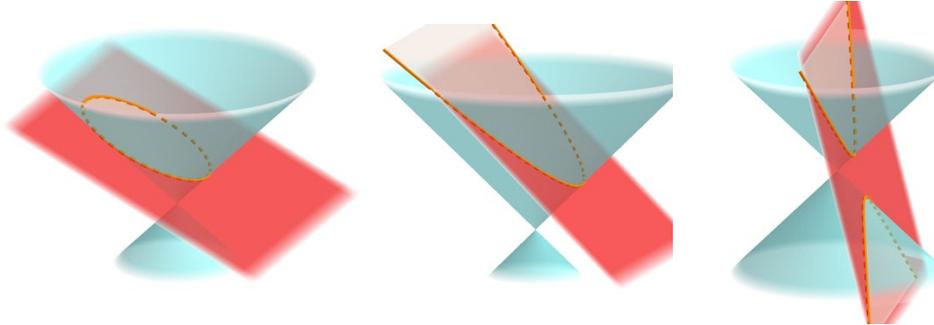


Fig. 1 Secciones cónicas. Fuente: Elaboración propia

GeoGebra permite construir fácilmente todas las curvas cónicas basándose en sus propiedades métricas; también permite dibujar una cónica a partir de su ecuación algebraica. Una de las prácticas realizadas incluye la comprobación de las propiedades de las tangentes a las cónicas y sus aplicaciones en Arquitectura desde los puntos de vista acústico y óptico (construcción de auditorios, diseño de cúpulas).

Apolonio de Perga, (262 a.C. - 180 a.C.), escribió ocho libros de *Cónicas*, que resumían el conocimiento sobre el tema que existía hasta ese momento y ampliaban y sistematizaban el mismo. Fue el primero en probar que cualquier plano que interseque a cualquier cono siempre produce una cónica. (degenerada o no). Es decir, no era necesario un cono recto, o agudo, u obtuso en el sentido de los conos de Menecmo, ni que el plano cortase perpendicularmente a una generatriz del cono. Apolonio de Perga dio la definición de cono de dos hojas que se conserva actualmente.

René Descartes, (1596 - 1650), descubrió la Geometría Analítica y la aplicó al estudio de las cónicas, reduciendo los problemas geométricos de éstas a su tratamiento algebraico. Isaac Newton (1642 - 1727) relacionó su Ley de gravitación universal con el movimiento que describen las órbitas celestes, demostrando que la órbita de un cuerpo alrededor de una fuerza de tipo gravitatorio es siempre una curva cónica. Germinal Pierre Dandelin (1794 – 1847) matemático, autor en 1822 del teorema que lleva su nombre y que demuestra que si un cono es cortado por un plano en una sección cónica, los focos de dicha cónica son los puntos donde el plano es tangente a dos esferas inscritas en el cono y tangentes al plano. Este teorema también se conoce teorema de las esferas de Dandelin.

- La vista Gráfica 3D permite visualizar las superficies cuádricas a partir de sus ecuaciones y comprobar interactivamente qué cónicas aparecen en sus secciones planas, véanse Fig. 2 y Fig. 3. Además, el alumno puede comprobar las cuádricas no degeneradas que son regladas (hiperboloide de una hoja y paraboloides hiperbólico, véase Fig. 4) y visualizar las dos familias de rectas que las generan. De estas superficies existen famosos ejemplos en la construcción y el diseño arquitectónico.

El hiperboloide de una hoja o reglado tiene características de firmeza que lo hacen susceptible de ser usado en las estructuras arquitectónicas: Fácil encofrado (doblemente reglada) y resistente a flexión (doble curvatura). En una superficie reglada, por cada punto de la misma

pasa una recta contenida en ella. Gaudí utilizó hiperboloides de revolución en chimeneas, columnas, bóvedas (Parque Güell) y también en los lucernarios que permiten la iluminación del espacio interior del vestíbulo de la Sagrada Familia. El ingeniero español Eduardo Torroja empleó sabiamente el hiperboloide de una hoja en la construcción de tanques de agua por ofrecer esta superficie gran resistencia a nivel estructural y evitar fisuras cuando se hormigón. Muchos proyectos de la arquitectura contemporánea se basan en esta superficie, hiperboloide de una hoja, por ejemplo, la estación de autobuses de Casar de Cáceres del arquitecto Justo García quien usa porciones de hiperboloides y troncos de cono, o el Wukesong Arena, en Beijing Olympics 2008, donde los arquitectos Burckhardt Partner, de Zürich perforan un cubo con cinco hiperboloides cuya estructura deja visibles las generatrices de esta superficie reglada, es decir generada por rectas.

En los años 1950, el arquitecto español Félix Candela (1910-1997) exiliado en México, conocido mundialmente como el “maestro de cascarones”, hizo uso de la superficie cuádrlica, paraboloides hiperbólicos para recubrir espacios de grandes luces utilizando cubiertas de hormigón de espesor mínimo. En la obra de este arquitecto, el Hypar (HYPAR, de su traducción a inglés, hyperbolic paraboloid) adquiere un protagonismo esencial, obteniendo el máximo provecho en cuanto a: la facilidad constructiva (superficie reglada lo que implica encofrado simple); resistencia estructural (doblemente reglada y doble curvatura) y economía de material (espesor mínimo de cubiertas). En la mayor parte de los proyectos de Candela las cubiertas, que delimitan prácticamente el edificio, están formadas por uno o varios hypares. Uno de los últimos proyectos en los que participó fue en el de Calatrava, para La Ciudad de las Artes y las Ciencias de Valencia, en la que diseñó el edificio de recepción formado por tres lóbulos de hypar y el restaurante de ocho. En 1957, Candela había construido el restaurante “Los Manantiales” en Xochimilco (México) con idéntica forma al de Valencia, pero a menor escala.

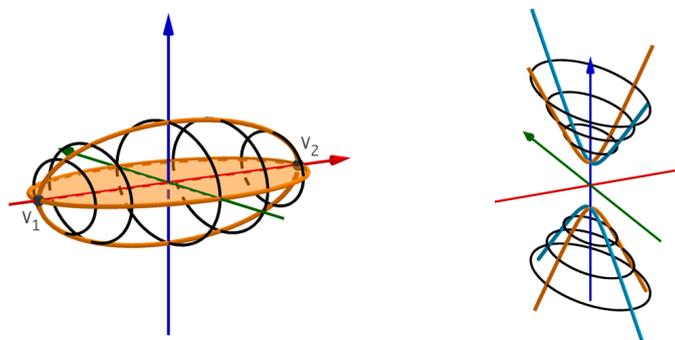


Fig. 2 Construcciones del elipsoide y el hiperboloide elíptico. Fuente: Elaboración propia

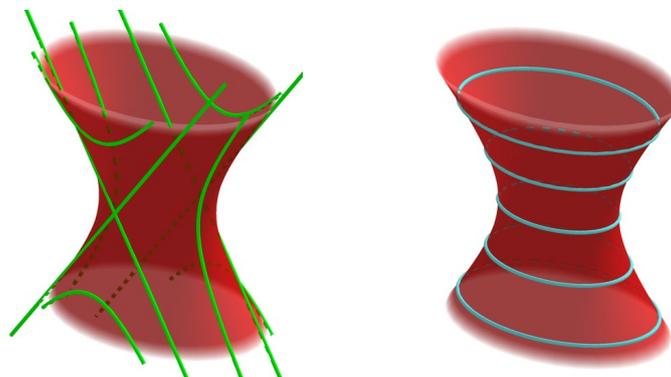


Fig. 3 Secciones del hiperboloide hiperbólico. Fuente: Elaboración propia

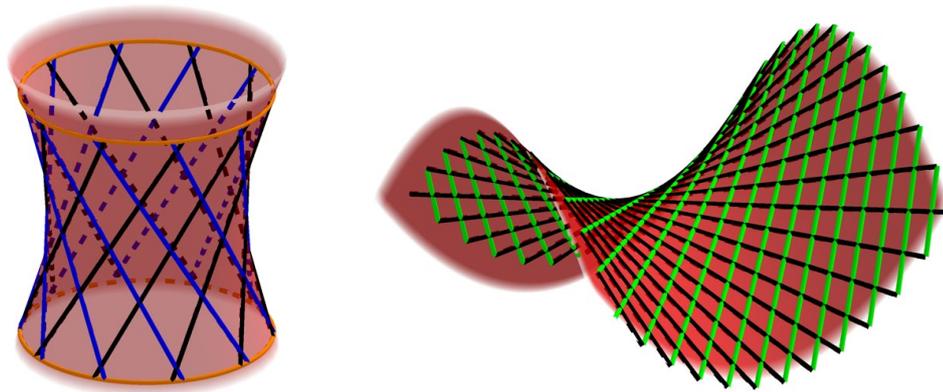


Fig. 4 Cuádricas regladas. Fuente: Elaboración propia

El helicoides es una superficie reglada formada por generatrices rectas que se apoyan en un eje y en una hélice. El museo Guggenheim de Nueva York, de Frank Lloyd Wright está basado en un helicoides cónico. Esta superficie cuando se proyecta en un plano perpendicular a su eje determina una espiral logarítmica. El arquitecto Wright sostenía que: *“La construcción debe derivarse directamente del entorno natural.* Es considerado como uno de los promotores de la arquitectura orgánica. El nuevo museo de Dalí en St. Petersburg, Florida, proyectado por los estudios de arquitectura HOK y Beck Group está basado en un prisma penetrado por una superficie informe triangulada. En su interior una gran escalera helicoidal conecta los espacios interiores.

- Para el estudio de la simetría de una figura plana es preciso conocer las transformaciones geométricas (movimientos) que la dejan invariante. En este apartado aparecen los grupos de simetría de Leonardo, los de frisos y los cristalográficos. Para su comprensión, el programa Morenaments (software libre) resulta muy adecuado.

Según el arquitecto romano Vitrubio, simetría es el vínculo armónico de cada uno de los miembros del edificio respecto a la figura global de la obra. Desde la antigüedad hasta el Renacimiento, el concepto de simetría se identificaba con equilibrio, belleza, armonía y proporción. La vinculación arquitectónica de simetría y proporción perdurará hasta la publicación del arquitecto y teórico del arte francés Viollet-Le-Duc (1824-1879) quien recoge, en su *Diccionario de Arquitectura*, una nueva conceptualización de la simetría: *“... simetría significa hoy, en lenguaje de los arquitectos, no un equilibrio ni una relación armoniosa de las partes con el todo, sino una similitud de partes opuestas, la reproducción exacta, a la izquierda de un eje, de lo que hay a la derecha.”* Según Hermann Weyl (1885-1955), la simetría es una idea por medio de la cual, el hombre de todas las épocas ha tratado de comprender y crear la belleza, el orden y la perfección. Hoy día, en Arquitectura, se manejan, además de la simetría bilateral (axial, especular), otros conceptos como: simetría rotacional o radial, cilíndrica, espacial, (esférica), simetría de traslación, por similitud (fractales), espiral, helicoidal, etc

Se llama Grupo de Simetría de una figura plana, F , al conjunto $S(F)$ de movimientos del plano que la dejan invariante. Algunas de sus características son: pueden ser finitos o infinitos (el grupo de simetría de un triángulo equilátero es finito, y el de un círculo es infinito), a mayor regularidad de la figura F , mayor número de elementos tiene su grupo de simetría. Se dice que el grupo $S(F)$ de simetría de una figura plana es puntual si contiene un número finito de

movimientos. Si $S(F)$ es puntual, entonces existe un punto P fijo para todos los movimientos del grupo. Este punto se llama *centro de simetría* de la figura.

Los Grupos *Puntuales* o *de Leonardo* son llamados así en honor a Leonardo da Vinci quien utilizó estos grupos con el fin de que al añadir capillas a un núcleo central, se conservara la simetría original. Los Grupos de Leonardo se conocen también como Grupos de Rosetones. Los grupos de Leonardo solo pueden contener giros de centro su punto fijo P y simetrías respecto a rectas pasando por su punto fijo P .

En Matemáticas, un friso es un diseño bidimensional generado por un motivo inicial que se repite siguiendo una dirección dada. Estos grupos deben contener necesariamente traslaciones. El grupo de un friso ha de dejar una recta invariante r que se llama *recta centro del friso* y la traslación generadora ha de ser de vector v paralelo a la recta r . Por estas características, además de las traslaciones, el grupo de simetría de un friso solo puede contener simetrías respecto a la recta r , simetrías respecto a rectas perpendiculares a r , simetrías deslizantes de eje r y vector de traslación v y giros de ángulo 180 grados. Los grupos de frisos son infinitos, osea contienen infinitos elementos, pero solo existen siete formas de generar frisos a partir de un motivo inicial o, equivalentemente, existen siete grupos diferentes de simetría de los frisos.

Un grupo de simetría es cristalográfico plano si las traslaciones que contiene están generadas por dos traslaciones de vectores linealmente independientes; por esta condición, los dos vectores determinan un paralelogramo llamado *paralelogramo fundamental* o *región fundamental* que recubre el plano cuando se aplican sobre él las dos traslaciones. Se demuestra que en estos grupos las rotaciones solo pueden ser de órdenes 1, 2, 3, 4 y 6, es decir, giros de 360, 180, 120, 90 y 60 grados, respectivamente. Este resultado, que excluye el orden 5, se conoce como *restricción cristalográfica*. De estas consideraciones se colige que existen diecisiete grupos cristalográficos que proporcionan recubrimientos periódicos del plano, llamados también *Grupos de simetría del plano* o *Grupos de empapelado*.

- En el Cálculo, el estudio y comprensión de los límites de funciones es un tema que resulta siempre difícil para los alumnos. Animaciones realizadas con GeoGebra pueden ayudar a entender e interiorizar este concepto para funciones de varias variables (límites direccionales y restringidos, véase Fig. 5). Se ilustra cómo, moviéndose dentro de una superficie con un punto singular, dependiendo de la trayectoria de aproximación se llega a distintos valores al acercarse al punto singular.

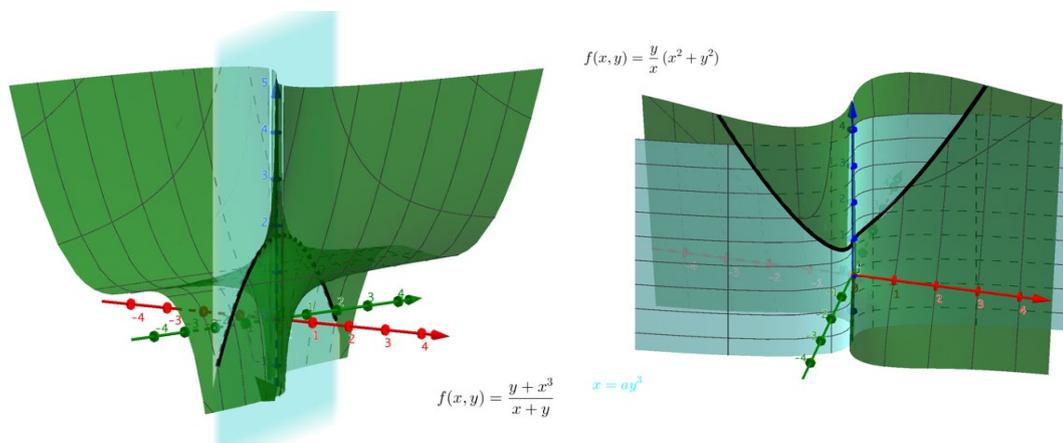


Fig. 5 Límite direccional y límite restringido a una curva. Fuente: Elaboración propia

Hay que advertir que aunque la definición de límite en un campo escalar es idéntica a la de funciones reales de una variable real, ya conocida por el estudiante, el cálculo de límites es mucho más complicado para funciones de varias variables que para las de una sola. Esto es debido a que esencialmente existe una única forma de acercarse a un punto en los espacios de una sola dimensión. Sin embargo existen infinitas formas de hacerlo cuando el espacio ambiente tiene más de una dimensión: siguiendo las trayectorias de las infinitas curvas que pasan por el punto. De entre todas ellas, las más simples son las rectas. Para tener una idea de cual puede ser el límite de un campo escalar f de dos variables en a podemos restringir la función f a una recta que pase por a . De este modo la función restringida depende sólo de una variable y el cálculo es más simple.

- Asimismo, es fundamental la comprensión del significado geométrico de las derivadas direccionales, derivadas parciales y plano tangente a una superficie, para lo cual es fundamental la representación y visualización que permite el programa Geogebra, véase Fig. 6.

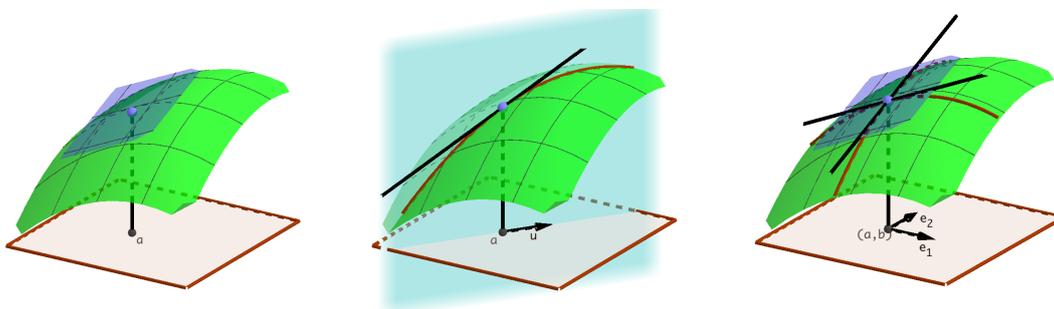


Fig. 6 Plano tangente, derivada direccional y derivadas parciales. Fuente: Elaboración propia

- Integración, cálculo de áreas y volúmenes. GeoGebra permite representar figuras planas limitadas por curvas o descritas por desigualdades y calcular sus áreas. Asimismo, permite la representación y visualización de cuerpos espaciales limitados por superficies y el cálculo de su volumen.

La integral es una potente herramienta que nos permite calcular áreas y volúmenes de cualquier recinto de interés en la arquitectura. La integral aparece también asiduamente en numerosos cálculos de la física y las estructuras arquitectónicas.

Cada práctica de laboratorio que se ha diseñado contiene dos tipos de archivos de GeoGebra:

- Archivos muestra realizados por el profesor: En uno o varios archivos de ejemplo se resuelven distintos ejercicios relativos al tema de la práctica en cuestión.
- Archivos práctica para ser realizados por el alumno: Se propone al alumno resolver otros ejercicios que aparecen propuestos en archivos de GeoGebra. En estos archivos el ejercicio va siendo dirigido paso a paso y los archivos muestra sirven de modelo a seguir, véase Fig. 7.

The figure shows two screenshots of the GeoGebra CAS interface. The top screenshot shows a problem statement in Spanish: 'Comprueba que el vector w está en el subespacio F. Para ello comprueba que w es una combinación lineal de v1 y v2'. The user has entered the equation $a1*v1 + a2*v2 - w$ and the CAS has returned a matrix:
$$\begin{pmatrix} \frac{19}{6}a1 - \frac{19}{18}a2 \\ 3a1 - 7a2 + 12 \\ \frac{a1 - 6}{2} \\ a2 - 18 \end{pmatrix}$$
. The user then asks the CAS to solve the system, and it returns the solution $\{a1 = 6, a2 = 18\}$.

The bottom screenshot shows a matrix M defined as $M := \begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 & 0 & 4 \\ 5 & 3 & 2 & 2 & 7 \\ 2 & 5 & 7 & 5 & 5 \\ 2 & 0 & 9 & 2 & 7 \\ 7 & 8 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. The user asks for the determinant of M , and the CAS returns -952 . The user then asks for the determinant of M divided by 17, and the CAS returns -56 .

Fig. 7 Capturas de pantalla de resolución de un ejercicio. Fuente: Elaboración propia

El alumno, según va realizando la práctica, va rellenando una hoja guion que se le entrega al comienzo de la clase. En el guion se van apuntando resultados que se obtienen en los ejercicios. Al final de la práctica se recoge la hoja guion. Los archivos GeoGebra realizados se suben a una tarea en el campus virtual o bien se copian en la carpeta compartida a la que tienen acceso los ordenadores del aula de informática. De esta manera se facilita la corrección de la práctica, a través del guion entregado, y el profesor dispone del archivo GeoGebra que ha realizado cada alumno.

2. Resultados

Los resultados obtenidos han sido muy positivos y, según nuestra experiencia, han ayudado significativamente a los alumnos en la comprensión de la asignatura, hecho constatado por el éxito en el número de aprobados en matemáticas en comparación con curso anteriores sin uso de esta herramienta. También han favorecido que la vean como algo menos teórico y abstracto y más próximo a sus intereses y su formación como futuros arquitectos.

Los materiales diseñados para la docencia en las clases teóricas han ayudado considerablemente a los estudiantes a entender mejor los resultados matemáticos. Una imagen o una animación ilustrando un concepto difícil ha demostrado ser de gran ayuda. Por otro lado, las clases de laboratorio están pensadas como complemento a las clases teóricas y de aula de problemas. Se pretende que las prácticas de los laboratorios de informática sean un complemento para el alumno que le ayude a comprender mejor los contenidos de una asignatura de Matemáticas. Las prácticas diseñadas durante este curso mejoran a las que se realizaban en cursos anteriores, donde se usaba un software diferente. Sin embargo, en algunas prácticas en las que se utiliza la parte de cálculo simbólico de forma más intensiva hemos encontrado dificultades técnicas; el programa GeoGebra no funcionaba tan bien como esperábamos bloqueando en algunas ocasiones las operaciones realizadas. Este tipo de dificultades añade un estrés tanto al estudiante que sufre que no puede terminar su práctica, como al profesor en el aula que intenta

solucionar el problema. Son este tipo de inconvenientes los que tienen que hacernos reflexionar sobre la posibilidad de evaluación del alumno operando en tiempo real sobre un ordenador. Nos gustaría concluir comentando que seguimos considerando las prácticas de laboratorio como un complemento, no como un sustituto, a la docencia más tradicional. Dicho esto, la mejora que ofrece un uso inteligente de los medios informáticos en la comprensión por parte del alumno de algunos conceptos es innegable.

3. Agradecimientos

Esta comunicación, así como las acciones descritas en la misma, han sido realizadas por el grupo de profesores del Departamento de Matemática Aplicada de la E.T.S. de Arquitectura de la Universidad de Valladolid, integrado por los profesores: Santiago Encinas Carrión, Carlos Munuera Gómez, Miriam Pisonero Pérez y María Encarnación Reyes Iglesias.

4. Bibliografía

ACOSTA, C. (2019). *Cálculo con GeoGebra*. United States: Editorial Independently Published.

CARRILLO DE ALBORNOZ, A. y LLAMAS CENTENO, I. (2021). *Matemáticas Con GeoGebra*. Madrid: RAMA.

REYNOLDS, B.E. y FENTON, W.E. (2021). *College Geometry with GeoGebra*. United States: Wiley.